Лекция 2. Реляционная алгебра и реляционное

исчисление

как сформировать новое отношение из одного или более отношений в базе

эквивалентное выражение реляционного исчисления (и наоборот).

друг другу, т. е. для каждого выражения реляционной алгебры существует

Реляционная алгебра и реляционное исчисление формально эквивалентны

•

существующих в базе данных.

определение нового отношение в терминах одного или более отношений,

язык: оно может использоваться для того, чтобы сформулировать

Аналогично реляционное исчисление можно описать как непроцедурный

•

данных.

процедурный язык: она может использоваться для того, чтобы указать СУБД,

Неформально можно определить реляционную алгебру как высокоуровневый

•

Коддом в 1971 г.

Это реляционная алгебра и реляционное исчисление предложенные Э.

•

механизм, т. е. языки запросов, позволяющие извлекать и обновлять данные.

Важной составной частью реляционной модели является манипуляционный

•

3.1. Введение

вычисления, суммирования, упорядочивание.

исчисление, за счет наличия дополнительных операций, таких как

имеют большую выразительность, чем реляционная алгебра и реляционное

Реальные языки зачастую не только являются реляционно-полными, но и

•

**реляционно-полным**.

можно получить с помощью реляционного исчисления, называется

языков. Язык, который позволяет получить любое отношение, которое

Реляционное исчисление используется для оценки мощи реляционных

•

o

Выступают в роли стандарта для сравнения других реляционных языков

манипулирования данными (DML)

o

Иллюстрируют базовые операции, требующиеся от любого языка

Они имеют значение поскольку:

•

языками, они не являются дружественными к пользователю.

Реляционная алгебра и реляционное исчисление являются формальными

•

3.1. Введение (продолжение)

product)

«читают», но не обновляют свои операнды).

Отметим, что все эти операции предназначены *только для чтения* (т. е. они

•

отношением), остальные операции — бинарные (работают с двумя отношениями).

Операции выборки и проекции являются унарными (работают с одним

•

пересечение и деление).

произведение, объединение и разность) и дополнительные (соединение,

Эти операции можно разделить на базовые (выборка, проекция, декартово

•

(Selection), проекция (Projection), соединение (Join) и деление (Division)

Специальные реляционные операции — сокращение (Restriction), или выборка

•

(Intersection), разность (Set difference) и декартово произведение (Cartesian

Традиционные операции с множествами — объединение (Union), пересечение

•

Алгебра, определенная Э. Коддом, включала две группы по 4 операции:

•

вложенных операций. Это свойство называется **замкнутостью (closure)**.

данных (операнда) другой операции. Поэтому возможно использование

Результат выполнения одной операции может использоваться в качестве входных

•

в качестве операндов и возвращают отношение в качестве результата.

Реляционная алгебра — это коллекция *операций*, которые принимают отношения

•

3.2. Реляционная алгебра

55500

Математика

2017/2018

1

4

(record\_book)

55500

Физика

2017/2018

1

5

55800

Физика

2017/2018

1

4

55800

Физика

2017/2018

2

5

55500

Иванов Иван Петрович

0402

645327

55800

Климов Андрей Иванович

0402

673211

книжки

3.2.1. Модельная база данных

Таблица «Студенты» (students)

Номер зачетной

Серия

Номер

Ф. И. О. (name)

паспорта

паспорта

(record\_book)

(psp\_ser)

(psp\_num)

Номер зачетной

Таблица «Успеваемость» (progress)

Предмет

Учебный год

Семестр

Оценка (mark)

книжки

(discipline)

(acad\_year)

(term)

0202

55865

Новиков Николай Юрьевич

554390

Progress WHERE acad\_year = '2017/2018' AND term = 1

Примеры.

Students WHERE record\_book = 55500

Students WHERE record\_book = 55500 OR record\_book = 55800

Выражение р — это **предикат**, или **условие сокращения**

•

predicate

(**R**)

**σ**

Некоторые другие авторы — такое:

•

**R** WHERE p

К. Дейт использует такое обозначение:

•

удовлетворяют заданному условию (предикату).

которое содержит только те кортежи исходного отношения R, которые

Эта операция выполняется на одном отношении R и определяет отношение,

•

(Restriction)

3.2.2. Выборка (Selection), или сокращение

Пример.

(acad\_year)

(term)

Progress { acad\_year, term }

2017/2018

1

Семестр

2017/2018

2

**Π**

3.2.3. Проекция (Projection)

•

Эта операция выполняется на одном отношении R, которое имеет атрибуты X,

Y, . . ., Z (и, возможно, другие атрибуты) и определяет отношение, которое

содержит вертикальное подмножество исходного отношения R, извлекая

значения указанных атрибутов и отбрасывая дубликаты полученных

кортежей. В таком случае **проекция** отношения R по атрибутам X, Y, . . . , Z

определяется с помощью следующего выражения (К. Дейт):

**R** { X, Y, . . . , Z }.

•

Его заголовок формируется из заголовка отношения R путем удаления всех

атрибутов, не указанных в множестве { X, Y, . . . , Z }.

•

Некоторые авторы используют обозначение:

(**R**)

a

… , a

1

n

Учебный год

**R** ∪ **S**

S

S

тот же тип, что и отношение Students)

(предположим, что оба эти отношения имеют

Students1 UNION Students2

R

R

Пример.

Некоторые другие авторы — такое:

•

**R** UNION **S**

К. Дейт использует такое обозначение:

•

заголовки.

совместимыми по объединению (union compatible), т. е. иметь одинаковые

Отношения R и S должны принадлежать к **одному типу**. Они должныбыть

•

отношениях. При этом кортежи-дубликаты устраняются.

которое состоит из всех кортежей, присутствующих в R или в S, или в обоих

Объединением отношений R и S является отношение того же типа с телом,

•

3.2.4. Объединение (Union)

**R** ∩ **S**

S

S

тот же тип, что и отношение Students)

(предположим, что оба эти отношения имеют

Students1 INTERSECT Students2

R

R

Пример.

Некоторые другие авторы — такое:

•

**R** INTERSECT **S**

К. Дейт использует такое обозначение:

•

заголовки.

совместимыми по объединению (union compatible), т. е. иметь одинаковые

Отношения R и S должны принадлежать к **одному типу**. Они должныбыть

•

которое состоит из всех кортежей, присутствующих одновременно в R и в S.

Пересечением отношений R и S является отношение того же типа с телом,

•

3.2.5. Пересечение (Intersection)

(предположим, что оба эти отношения имеют

**R** MINUS **S**

•

Некоторые другие авторы — такое:

**R** − **S**

R

S

Пример.

S

Students1 MINUS Students2

тот же тип, что и отношение Students)

заголовки.

3.2.6. Разность (Set difference)

•

Разностью отношений R и S (в указанном порядке) является отношение того

же типа с телом, которое состоит из всех кортежей, присутствующих в R, но

не присутствующих в S.

•

Отношения R и S должны принадлежать к **одному типу**. Они должныбыть

совместимыми по объединению (union compatible), т. е. иметь одинаковые

•

Важно: оператор MINUS характеризуется направленностью

(некоммутативностью), так же, как вычитание в обычной арифметике.

•

К. Дейт использует такое обозначение:

R

•

**R** × **S**

Некоторые другие авторы — такое:

•

**R** TIMES **S**

К. Дейт использует такое обозначение:

•

оператором RENAME, чтобы переименовать атрибуты должным образом.

имеющих общие имена атрибутов, то следует вначале воспользоваться

Если необходимо сформировать декартово произведение двух отношений,

а степень результата — сумме степеней входных отношений.

результата равна произведению кардинальностей входных отношений, R и S,

принадлежащего к отношению S. Следует отметить, что кардинальность

объединением кортежа, принадлежащего к отношению R, и кортежа,

всех кортежей t, таких, что t является (теоретико-множественным)

множественное) объединение заголовков отношений R и S, а тело состоит из

это отношение, заголовок которого представляет собой (теоретико-

Декартово произведениеотношений R и S, не имеющих общих атрибутов –

•

3.2.7. Декартово произведение (Cartesian product)

12.01.2018

15.01.2018

Базы данных

Иван

Петров

Петров

Web-программирование

Иван

Петров

21.01.2018

Язык C

Петр

Иванов

15.01.2018

Базы данных

Петр

Иванов

21.01.2018

Язык C

Иван

Иванов

12.01.2018

Web-программирование

Петр

**Exam\_date**

**Discipline**

**First\_name**

**Last\_name**

Отношение S

Отношение R

(пример)

3.2.7. Декартово произведение (Cartesian product)

12.01.2018

Web-программирование

Петр

Иванов

**Exam\_date**

**Discipline**

**First\_name**

**Last\_name**

Отношение R × S

21.01.2018

Язык C

15.01.2018

Базы данных

Иван

Петров

•

θ S.b

, где θ может являться одним их

i

i

операторов сравнения (<, ≤, >, ≥, =, ≠), а R.a

и S.b

– атрибуты отношений R и

i

i

S соответственно.

Предикат p имеет форму R.a

**Эквисоединение** – это частный случай θ-соединения. Он имеет место, когда

в качестве оператора сравнения используется только проверка на равенство

(=).

•

**Естественное соединение** – это частный случай эквисоединения. Он имеет

место, когда отношения R и S соединяются по всем общим атрибутам. Один

экземпляр каждого из общих атрибутов исключается из результирующего

отношения.

o

3.2.8. Соединение (Join)

•

Соединение равносильно выполнению операции выборки (selection) над

результатом декартова произведения: R JOIN S = ( R TIMES S ) WHERE p

•

Имеются следующие виды соединений:

θ-соединение

o

Эквисоединение (частный случай θ-соединения)

Естественное соединение

o

Внешнее соединение

o

Полусоединение

o

•

**θ-соединение** определяет отношение, которое содержит кортежи из

декартова произведения отношений R и S, удовлетворяющие предикату p.

Иванович

55800

Климов Андрей

0402

673211

Физика

2017/2018

1

4

2

5

2017/2018

Иванович

Климов Андрей

55800

0402

673211

Физика

Учебный год

зачетной

паспорта

паспорта

естр

нка

Предмет

книжки

3.2.8. Соединение (Join) (продолжение)

**Естественное соединение**

Таблицы «Студенты» (students) и «Успеваемость» (progress)

Общий атрибут – record\_book

Students JOIN Progress эквивалентно следующему выражению:

( Students TIMES ( Progress RENAME record\_book AS p\_record\_book )

WHERE record\_book = p\_record\_book )

Иванов Иван

Степень результата естественного соединения равна сумме степеней

отношений R и S минус число общих атрибутов этих отношений.

Номер

Серия

Номер

Сем

Оце

Ф. И. О.

Иванов Иван

Математ

55500

0402

645327

2017/2018

1

4

Петрович

ика

55500

0402

645327

Физика

2017/2018

1

5

Петрович

5

Иванович

2

Иванович

Физика

2017/2018

1

4

Климов Андрей

55800

0402

673211

Физика

2017/2018

**Правое внешнее соединение** определяется аналогично. **Полное внешнее**

**соединение** сохраняет в результирующем отношении кортежи из обоих исходных

отношений, заменяя отсутствующие значения на NULL.

673211

Новиков Николай

55865

0202

554390

Юрьевич

паспорта

паспорта

естр

нка

книжки

зачетной

Иванов Иван

55500

0402

645327

Физика

2017/2018

1

5

Номер

3.2.8. Соединение (Join) (продолжение)

**Внешнее соединение**

Таблицы «Студенты» (students) и «Успеваемость» (progress)

Общий атрибут – record\_book

**Левое внешнее соединение** отношений R и S – это соединение, в котором

кортежи из R, которые не имеют соответствующих значений в общих атрибутах

отношения S, также включаются в результирующее отношение. Отсутствующие

значения атрибутов отношения S заменяются на NULL.

Серия

Номер

Сем

Оце

Ф. И. О.

Предмет

Учебный год

Петрович

ика

Климов Андрей

55800

0402

Петрович

Иванов Иван

Математ

55500

0402

645327

2017/2018

1

4

книжки

55500

Иванов Иван Петрович

0402

645327

Номер

( Students TIMES ( Progress RENAME record\_book AS p\_record\_book )

3.2.8. Соединение (Join) (продолжение)

•

**Полусоединение** определяет отношение, которое содержит кортежи из

отношения R, которые участвуют в соединении R и S, удовлетворяющие

предикату p.

•

R SEMIJOIN S

•

Полусоединение выполняет соединение двух отношений, а затем выполняет

проекцию по атрибутам первого операнда.

•

«Успеваемость» (progress)

Таблицы «Студенты» (students) и

Общий атрибут – record\_book

WHERE record\_book = p\_record\_book AND discipline = 'Математика' )

{record\_book, name, psp\_ser, psp\_name}

Серия

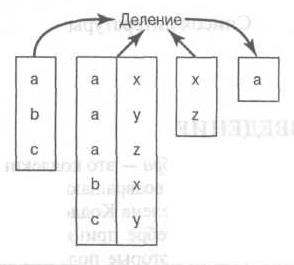
Номер

Ф. И. О.

зачетной

паспорта

паспорта



}, соответственно, как

— *делимое, S — делитель,* а T — *посредник*)может быть представлена с

составные атрибуты X и Y. В таком случае операция деления R на S по T (где R

n

2

l

m

2

I

помощью следующего выражения:

, ..., Y

, Y

} и {Y

, . . . ,Х

, Х

рассматривать множества {X

множественное) объединение заголовков отношений R и S. Будем

означает, что T имеет заголовок, представляющий собой (теоретико-

соответствующие значения Y в T включают все

присутствующих в R, что кортеж { X х, Y у } присутствует

{ X } и телом, состоящим из таких кортежей { X х },

R DIVIDEBY S PER T

значения Y из S.

n

значений X, присутствующих в R, для которых

Иными словами, данный результат состоит из тех

в T для всех кортежей { Y у }, присутствующих в S.

Результат представляет собой отношение с заголовком

, Y

2

l

m

2

I

(i = 1, 2, . . .,

. Здесь ни один из атрибутов X

, ..., Y

n

и Y

, . . . ,Х

, Х

атрибуты: X

Предположим, что отношения R и S, соответственно, имеют следующие

•

3.2.9. Деление (Division)

и Y

2

l

m

2

I

. Это

, ..., Y

, Y

, . . . ,Х

, Х

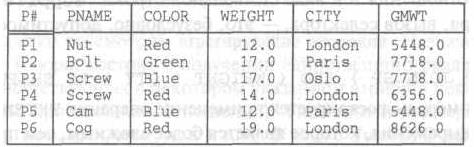
отношение T имеет следующие атрибуты: X

j

(j = 1, 2, . . ., п). Пусть

m) не имеет одинакового имени с любым из атрибутов Y

i



Данное выражение (следует подчеркнуть, что это — выражение, а не команда

выражения WEIGHT \* 454

веса в граммах GMWT, вычисленного с помощью заданного арифметического

отношения Р, за исключением того, что он дополнительно содержит значение

Каждый кортеж этого отношения совпадает с соответствующим кортежем

•

содержит дополнительный атрибут с именем GMWT.

получению отношения с таким же заголовком, как Р, не считая того, что оно

или оператор и поэтому может вкладываться в другие выражения) приводит к

•

EXTEND P ADD ( WEIGHT \* 454 ) AS GMWT

выражения. Например, можно записать следующее выражение.

которого получены путем вычисления некоторого специального вычислимого

если не считать того, что оно включает дополнительный атрибут, значения

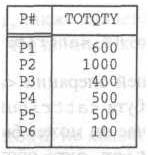
принимает одно отношение и возвращает другое, идентичное заданному,

вычислительных возможностей. Если быть точнее, то операция EXTEND

Назначение операции **расширения** EXTEND состоит в поддержке

•

3.2.10. Дополнительные операции



количество. Иными словами, отношение SP концептуально подразделяется на

представляет собой отношение

SUMMARIZE R PER S ADD summary AS Z

Вообще говоря, значение следующей **операции агрегирования**

•

для выработки одного кортежа в составе общего результата

номера детали в отношении Р), после чего каждая такая группа используется

группы, или множества кортежей (где имеется по одной группе для каждого

атрибуту Р#, содержащему это значение Р# и соответствующее общее

одному кортежу для каждого значения Р# в проекции отношения Р по

формируется отношение с атрибутами Р# и TOTQTY, в котором имеется по

SUMMARIZE SP PER P { Р# } ADD SUM ( QTY ) AS TOTQTY

выражения

пределах атрибута». Например, в результате вычисления следующего

называемых *вертикальных вычислений,* или «вычислений, осуществляемых в

Операция **агрегирования** выполняет аналогичную функцию для так

•

3.2.10. Дополнительные операции (продолжение)

подстановки значений вместо параметров функция становится выражением,

Петров» и «Петр Иванов»).

функция «имеет более высокую зарплату, чем» имеет два параметра («Иван

организации» имеет один параметр («Иван Петров»), а во втором случае

или ложность. В первом случае функция «является сотрудником данной

Иванов» являются суждениями, поскольку можно определить их истинность

организации» и «Иван Петров имеет более высокую зарплату, чем Петр

Например, предложения «Иван Петров является сотрудником данной

•

называемым *суждением,* которое может быть истинным или ложным.

*предикатом* подразумевается истинностная функция с параметрами. После

В логике первого порядка (или теории исчисления предикатов) под

•

Пиро *реляционного исчисления доменов.*

*реляционного исчисления кортежей* и в форме предложенного Лакруа и

оно существует в двух формах: в форме предложенного Э. Коддом

логики, которая называется *исчислением предикатов.* В контексте баз данных

Реляционное исчисление получило название от той части символьной

•

3.3. Реляционное исчисление

3.3. Реляционное исчисление (продолжение)

•

Если предикат содержит переменную, например в виде «х является

сотрудником этой организации», то у этой переменной должна быть

соответствующая *область определения.* При подстановке вместо переменной

х одних значений из ее области определения данное суждение может

оказаться истинным, а при подстановке других — ложным.

•

Если Р — предикат, то множество всех значений переменной х, при которых Р

становится истинным, можно символически записать следующим образом:

{х | Р ( х ) }

•

Предикаты могут соединяться с помощью логических операций ∧ (AND), ∨

(OR) и ~ (NOT) с образованием составных предикатов.

Сформировать проекцию результатов этой операции сокращения по атрибутам

*исчисление логически эквивалентны.*

этой проблемы. На самом деле *реляционная алгебра и реляционное*

проблема, тогда как в реляционной алгебре задается *процедура решения*

В реляционном исчислении просто указывается, в чем *заключается*

•

атрибута Р#, равным Р2.

SP существует запись о поставке с тем же значением атрибута s# и со значением

Получить атрибуты s# и CITY для таких поставщиков, для которых в отношении

■

Реляционное исчисление:

•

s# и CITY.

■

кортежи, которые относятся к детали с номером Р2.

С помощью операции сокращения выделить из результатов этого соединения

■

Выполнить соединение отношений поставщиков S и поставок SР по атрибуту S#.

■

Реляционная алгебра:

•

находятся поставщики детали с номером Р2

Задача: Выбрать номера поставщиков и названия городов, в которых

•

3.3. Реляционное исчисление (продолжение)

•

{ S.fName, S.Iname | Staff( S ) ∧ S.position = 'Manager' ∧ S.salary > 25000 }

превышает 25000 рублей» можно записать следующим образом:

Например, запрос «Создайте список всех менеджеров, зарплата которых

•

*построенной формулой* — Well-Formed Formula, или сокращенно WFF).

Здесь предикат F называется *формулой* (вматематической логике, *правильно*

•

истинным» можно записать следующим образом: { S | F( S ) }

Запрос «найти множество всех кортежей S, для которых F(S) является

переменной кортежа S используется следующая форма записи: Staff ( S )

Например, для указания отношения Staff в качестве области определения

•

переменные, областью определения которых служит указанное отношение.

основано на *переменных кортежа.* Переменными кортежа являются такие

кортежей, для которых предикат является истинным. Это исчисление

В реляционном исчислении кортежей задача состоит в нахождении таких

•

3.3.1. Реляционное исчисление кортежей

•

*связанными переменными.*

квалифицируются кванторами ∀ или ∃; в противном случае они называются

Переменные кортежа называются *свободными переменными,* если они не

•

атрибута city не равно 'Paris'.

Это выражение означает, что ни в одном кортеже отношения Branch значение

•

(∀ B) (В.city ≠ 'Paris')

например:

используется в выражениях, которые относятся ко веем экземплярам,

**Квантор всеобщности**∀, или так называемый символ «для всех»,

имеет значение ' London'.

branchNo в текущем кортеже S из отношения Staff, а атрибут city из кортежа В

имеет такое же значение атрибута branchNo, что и значение атрибута

Это выражение означает, что в отношении Branch существует кортеж, который

•

Staff(S) ∧ (∃ B) ( Branch(B) ∧ (B.branchNo = S.branchNo) ∧ B.city = 'London' )

должна быть истинной хотя бы для одного экземпляра, например:

**Квантор существования** ∃ («существует») используется в формуле, которая

•

предикат, в формулах могут использоваться два типа *кванторов.*

Для указания количества экземпляров, к которым должен быть применен

•

(продолжение)

3.3.1. Реляционное исчисление кортежей